

# Lösung zur Diplomprüfung Herbst 2005

Prüfungsfach

## Statik

Klausur am 05.09.2005

Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	<del>1</del>	<del>2</del>	<del>3</del>	4	5	6	7	8	9	Summe
mögliche Punkte	<del>20</del>	<del>5</del>	<del>5</del>	30	18	27	25	30	20	120
erreichte Punkte										

### Wichtige Hinweise

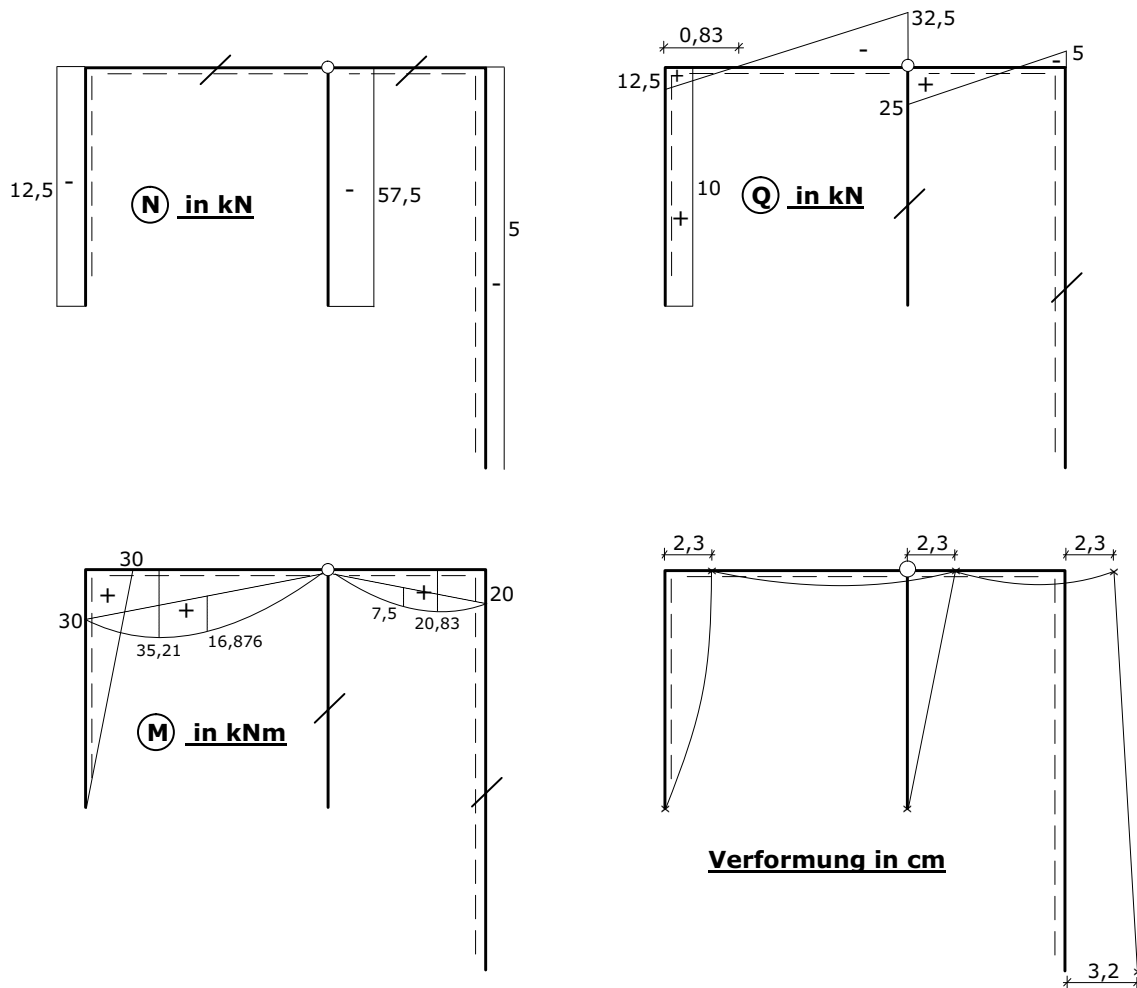
- Dauer der Klausur: 3 Stunden, davon  
30 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel,  
2 Stunden 30 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmitteln.
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt ihren Namen und ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung Programmgesteuerter Rechner (z.B Notebooks, Laptops) ist nicht zulässig.
- Mobiltelefone sind während der Klausur abzuschalten und dürfen nicht benutzt werden.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.
- Keine Gleichungssysteme mit mehr als zwei Unbekannten lösen.

# Musterlösung Aufgabe 4

( 30 Punkte)

**Auflagerkräfte, Schnittgrößen und Verformungen:**

$$B = 57,5 \text{ kN}; \quad A_V = 12,5 \text{ kN}; \quad C = 5 \text{ kN}; \quad A_H = 10 \text{ kN}$$

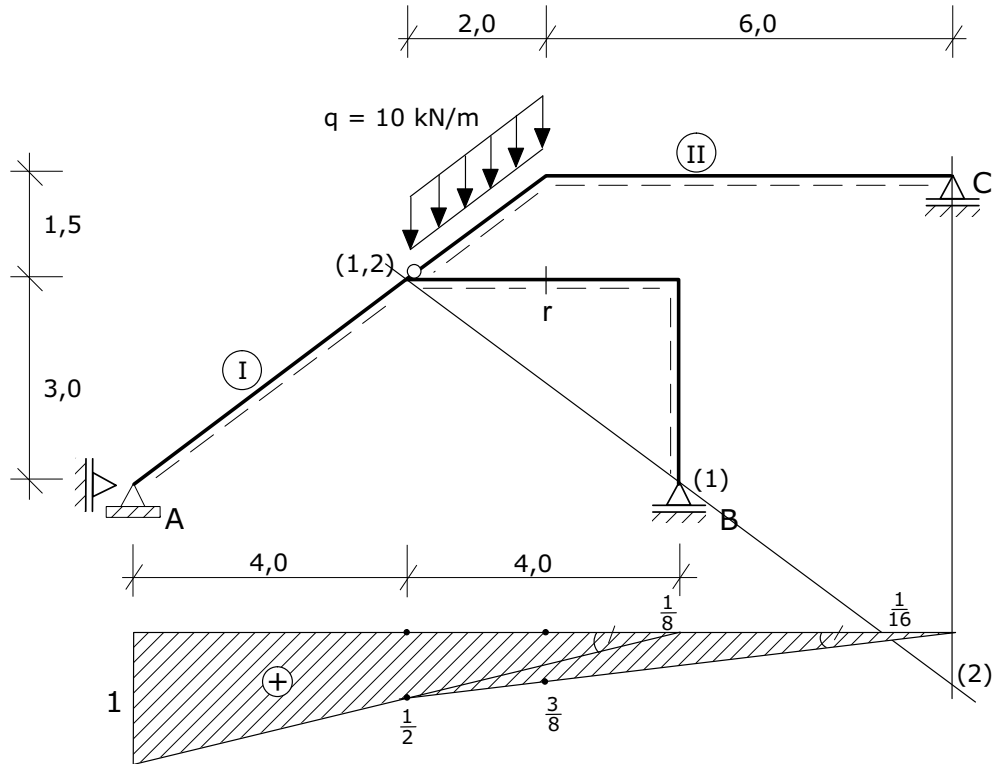


$$T = -\frac{N}{EA\alpha_T} = -\frac{-57,5}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 22,82 \text{ K}$$

# Musterlösung Aufgabe 5

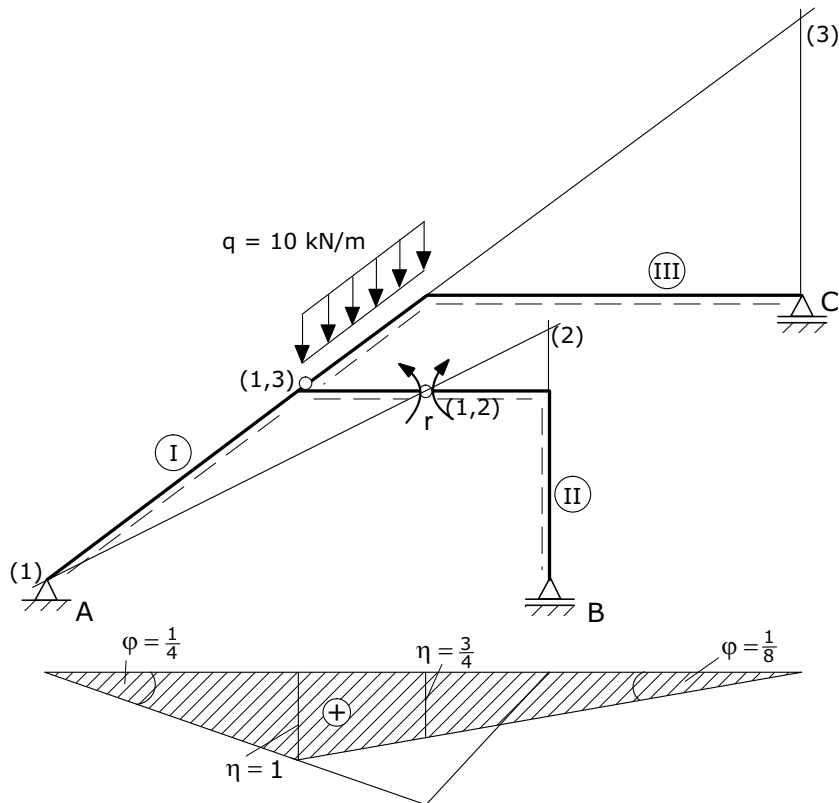
( 18 Punkte)

**Einflusslinie von  $A_V$ :**



$$A_V = \int_l q \cdot \eta(x) dx = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{8} \right) \cdot l = 10,94 \text{ kN}$$

**Einflusslinie von  $M_r$ :**



$$M_r = \int_l q \cdot \eta(x) dx = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot \left(1 + \frac{3}{4}\right) \cdot l = 21,88 \text{ kNm}$$

**Musterlösung Aufgabe 6**

( 27 Punkte)

**a) Kraftgrößenverfahren:**

st. best. Hauptsystem:

 $X_1$  entspricht Auflagerkraft  $B$  $X_2$  entspricht Auflagerkraft  $C$ 

Lösung des Gleichungssystems:

$$\rightarrow X_1 = 17,43$$

$$X_2 = 22,05$$

Schnittgrößen:

$$M_{1l} = 0 \text{ kN/m}$$

$$M_{1r} = 0 \text{ kN/m}$$

$$M_{2l} = 0 \text{ kN/m}$$

$$M_{2r} = 69,72 \text{ kN/m}$$

$$M_{3l} = 0 \text{ kN/m}$$

eingehängte  $\frac{ql^2}{8}$  – Parabel

$$M_{3r} = 0 \text{ kN/m}$$

$$M_{4l} = 69,72 \text{ kN/m}$$

eingehängte  $\frac{ql^2}{8}$  – Parabel

$$M_{4r} = -105,26 \text{ kN/m}$$

$$M_{5l} = -90,26 \text{ kN/m}$$

$$M_{5r} = 52,64 \text{ kN/m}$$

**b) EI-fache Verschiebung am Auflager B**

mit Reduktionssatz:

Bestimmung von  $EI\delta$  am Knoten (Stab 3, Stab 2, Stab 4):

$$EI\delta = 610,03 \text{ kNm}^3$$

**c)  $\omega$ -Verfahren:**

$$w(\xi = 0) = 0,305 \text{ m}$$

$$w(\xi = \frac{1}{3}) = 0,216 \text{ m}$$

$$w(\xi = \frac{2}{3}) = 0,099 \text{ m}$$

$$w(\xi = 1) = 0 \text{ m}$$

## Musterlösung Aufgabe 7

( 25 Punkte)

### a) Verlauf der Schnittgröße M:

Lösung des Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}\rightarrow \varphi_2 &= 3,400 * 10^{-4} \\ \varphi_4 &= 1,125 * 10^{-3}\end{aligned}$$

Momentenverlauf nach VK I:

$$M_l^1 = -0,74 \text{ kN/m}$$

$$M_r^1 = 0,28 \text{ kN/m}$$

$$M_l^2 = -1,11 \text{ kN/m}$$

$$M_r^2 = 0 \text{ kN/m}$$

$$M_l^3 = -3,61 \text{ kN/m}$$

$$M_r^3 = 5,18 \text{ kN/m}$$

$$M_l^4 = 0 \text{ kN/m}$$

$$M_r^4 = -23,65 \text{ kN/m}$$

$$M_l^5 = -18,47 \text{ kN/m}$$

$$M_r^5 = -15,77 \text{ kN/m}$$

### b) Einflusslinie $\varphi_4$ :

Lösung des Gleichungssystems:

$$\begin{aligned}\rightarrow \varphi_2 &= 3,38 * 10^{-4} \\ \varphi_4 &= 1,05 * 10^{-3}\end{aligned}$$

**Musterlösung Aufgabe 8**

( 30 Punkte)

a)

$$\begin{aligned} \text{geometrische RB: } \quad w(x = 0, y) = w(x = L_1, y) = 0 \\ w(x, y = 0) = w(x, y = L_2) = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{statische RB: } \quad m_{xx}(x = 0, y) = m_{xx}(x = L_1, y) = 0 \\ m_{yy}(x, y = 0) = m_{yy}(x, y = L_2) = 0 \end{aligned}$$

- gewählter Ansatz erfüllt sowohl geometrische als auch statische RB.

$$\begin{aligned} w &= A \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} \\ w_{,x} &= A \frac{\pi}{L_1} \cos \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} & w_{,y} &= A \frac{\pi}{L_2} \sin \frac{\pi x}{L_1} \cos \frac{\pi y}{L_2} \\ w_{,xx} &= -A \frac{\pi^2}{L_1^2} \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} & w_{,yy} &= -A \frac{\pi^2}{L_2^2} \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} \\ w_{,xxx} &= -A \frac{\pi^3}{L_1^3} \cos \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} & w_{,yyy} &= -A \frac{\pi^3}{L_2^3} \sin \frac{\pi x}{L_1} \cos \frac{\pi y}{L_2} \\ w_{,xx} &= A \frac{\pi^4}{L_1^4} \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} & w_{,yyyy} &= A \frac{\pi^4}{L_2^4} \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} \end{aligned} \quad (2)$$

$$w_{,xxyy} = A \frac{\pi^4}{L_1^2 L_2^2} \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} \quad (3)$$

b)

$$w_{xxxx} + 2 w_{xxyy} + w_{yyyy} = \frac{p(x, y)}{B}$$

$$\Rightarrow A \left( \frac{\pi^4}{L_1^4} + \frac{2\pi^4}{L_1^2 L_2^2} + \frac{\pi^4}{L_2^4} \right) = - \frac{p_{max}}{B}$$

$$\Rightarrow A = - \frac{p_{max}}{B\pi^4 \left( \frac{1}{L_1^4} + \frac{2}{L_1^2 L_2^2} + \frac{1}{L_2^4} \right)} = -0,0111 \text{ m} = -1,11 \text{ cm} \quad (4)$$

Durchbiegung in Feldmitte :

$$w(5,4) = A \left( \sin \frac{\pi}{2} \right)^2 = -1,11 \text{ cm}$$

c)

$$\begin{aligned} m_{xx} &= -B (w_{,xx} + \nu w_{,yy}) \\ &= BA \left( \frac{\pi^2}{L_1^2} + \nu \frac{\pi^2}{L_2^2} \right) \sin \frac{\pi x}{L_1} \sin \frac{\pi y}{L_2} \end{aligned} \quad (5)$$

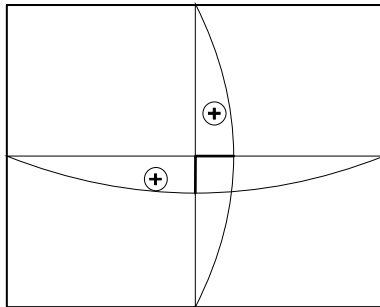
$$m_{xx}(5,4) = 101,1 \frac{kNm^2}{m}$$

d)

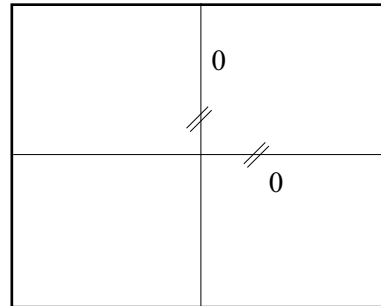
$m_{yy} > m_{xx}$ , da die Verkrümmung in y-Richtung (kürzere Seite) größer ist.

e)

Skizzen:



$$m_{yy} > m_{xx}$$

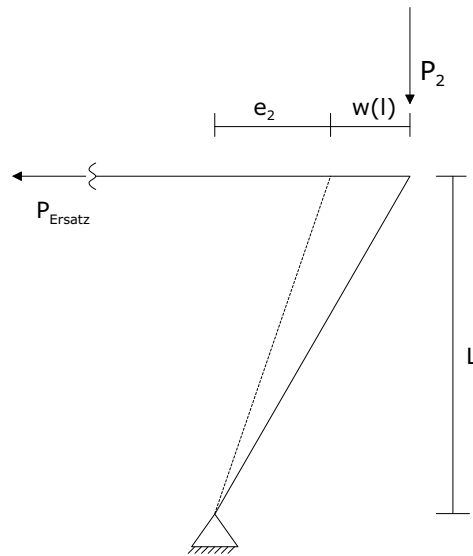


$$m_{yy} = m_{xx}$$



**Musterlösung Aufgabe 9**

( 20 Punkte)



a)

$$\begin{aligned} \sum M &= 0 \rightarrow P_2 \cdot (e_2 + w(l)) = P_{Ersatz} \cdot l \\ \Rightarrow P_{Ersatz} &= \frac{P_2 \cdot e_2}{l} + \frac{P_2 \cdot w(l)}{l} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \bar{W} &= \bar{W}^i - \bar{W}^e \\ &= \int_0^l (M \cdot \bar{\kappa} + S \cdot \bar{\varepsilon}) dx - P_{Ersatz} \cdot \bar{w}(l) \\ &= \int_0^l (EI \cdot w'' \cdot \bar{w}'' - \lambda \cdot P_0 \cdot w' \cdot \bar{w}') dx - \frac{P_2 \cdot e_2}{l} \cdot \bar{w}(l) - \frac{P_2 \cdot w(l)}{l} \cdot \bar{w}(l) \\ &\stackrel{!}{=} 0 \end{aligned}$$

c)

$$\frac{P_2 \cdot e_2}{l} \cdot \bar{w}(l) = \frac{P_2 \cdot e_2}{l} \cdot \bar{\mathbf{a}}^T \cdot \mathbf{h}(l) = \bar{\mathbf{a}}^T \cdot \underbrace{\left( \frac{P_2 \cdot e_2}{l} \cdot \mathbf{h}(l) \right)}_{\mathbf{f}}$$

$$f_i = \frac{P_2 \cdot e_2}{l} \cdot h_i(l)$$

$$h_1(x) = \frac{x^2}{l}$$

$$h_2(x) = \frac{x^3}{l^2}$$

$$f_1 = P_2 \cdot e_2$$

$$f_2 = P_2 \cdot e_2$$