

# Bachelorprüfung Frühjahr 2020

Modul 18 (BI)

## Baustatik II und III (PO 2013)

Klausur am 21.02.2020

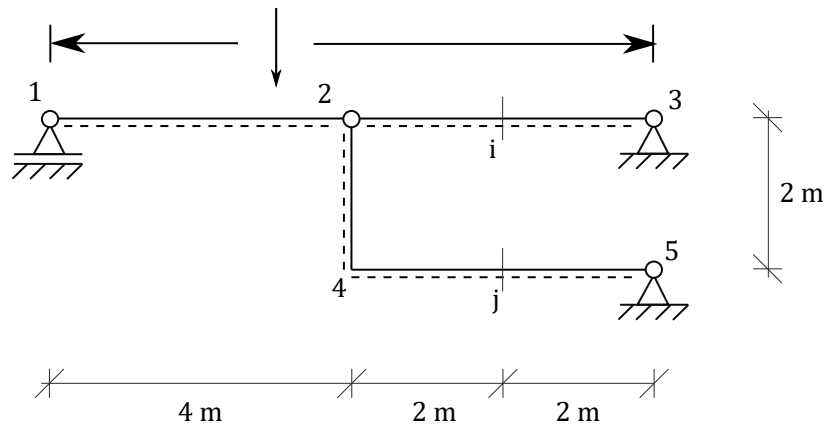
Name: \_\_\_\_\_ Vorname: \_\_\_\_\_ Matrikelnummer: \_\_\_\_\_  
(bitte deutlich schreiben) (9stellig!)

Aufgabe	<del>1</del>	2	3	4	5	Summe
mögliche Punkte	<del>60</del>	20	15	65	20	180
erreichte Punkte						

### Wichtige Hinweise

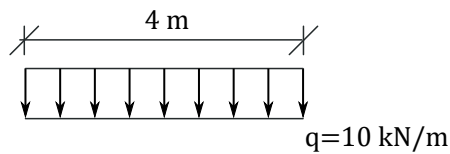
- Dauer der Klausur: 180 Minuten, davon 60 Minuten für Aufgaben ohne Hilfsmittel (Typ I), 120 Minuten für Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II).
- Prüfen Sie, ob alle Aufgabenblätter vorhanden sind.
- Schreiben Sie auf das Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer.
- Geben Sie bei den Aufgaben, die ohne Hilfsmittel zu bearbeiten sind, Ihre Lösungen auf den Aufgabenblättern an. Bei Bedarf können Sie weiteres farbiges Schreibpapier anfordern. Verwenden Sie hierfür kein eigenes Papier.
- Die Aufgabenblätter zu den Aufgaben, die mit Hilfsmitteln zu bearbeiten sind, sind zusammen mit den zugehörigen Lösungen abzugeben.
- Keine grünen Stifte verwenden.
- Die Lösungen sollen alle Nebenrechnungen und Zwischenergebnisse enthalten.
- Taschenrechner sind nur bei der Lösung der Aufgaben mit Hilfsmittel (Typ II) erlaubt. Programmierbare Rechner nur ohne Programmteil benutzen.
- Die Benutzung von anderen elektronischen Geräten (z.B. Laptops, Mobiltelefone, Tablets, etc.) ist nicht zulässig. Diese Geräte sind während der Klausur abzuschalten und so wegzulegen, dass ein unmittelbarer Zugriff, (z.B. aus Taschen in der Kleidung) nicht möglich ist und sind in Taschen zu verwahren (z.B. Aktentasche, Rucksack, o.ä.). Falls diese Regel nicht eingehalten wird, gilt dies als Täuschungsversuch.
- Das Verlassen des Klausorraumes zwischen Aufgaben Typ I und Typ II der Klausur ist nicht gestattet. Gleiches gilt für das Verlassen des Raumes vor Ablauf der Bearbeitungszeit.
- Toilettenbesuche sind nur einzeln unter Hinterlegung des Studentenausweises bei den Aufsichtspersonen gestattet.

## Aufgabe 2 (20 Punkte)



Bestimmen Sie für das dargestellte System die Einflusslinien für

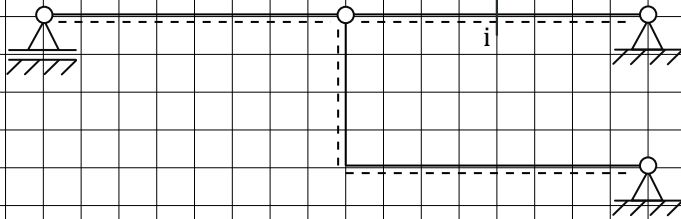
- (9 P.) das Moment  $M_i$  im Punkt  $i$ . An welcher Position auf dem Lastgurt muss eine konstante Streckenlast der Länge 4 m stehen, siehe untere Abbildung, sodass das Moment  $M_i$  im Punkt  $i$  zu Null wird. Kennzeichnen Sie diese Laststellung an der Einflusslinie.
- (11 P.) die Normalkraft  $N_j$  im Punkt  $j$ . Eine Streckenlast mit dem Wert von 10 kN/m und der Länge 4 m wandert über das System, siehe untere Abbildung. An welcher Position auf dem Lastgurt wird die Normalkraft  $N_j$  im Punkt  $j$  maximal negativ. Kennzeichnen Sie diese Laststellung an der Einflusslinie. Werten Sie für diesen Fall auch die Normalkraft  $N_j$  aus.



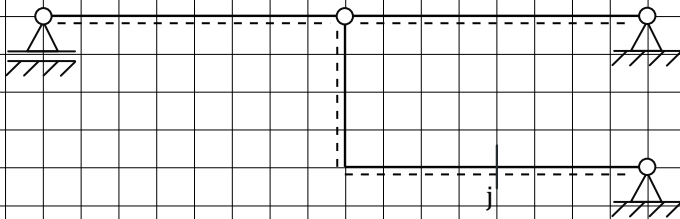
**Der zu betrachtende Lastgurt des Systems ist 1-2-3**

Verwenden Sie die beigefügten Lösungszettel mit der entsprechenden Kennzeichnung ( $M_i$  und  $N_j$ ).

EL-M<sub>i</sub>

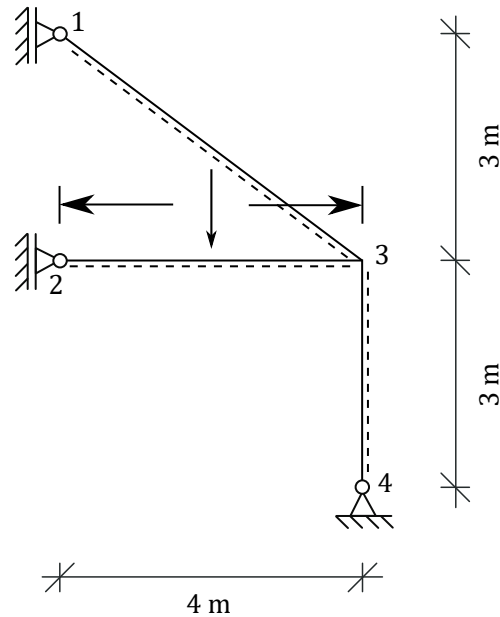


EL-N<sub>j</sub>



### Aufgabe 3

(15 Punkte)



**Material:**

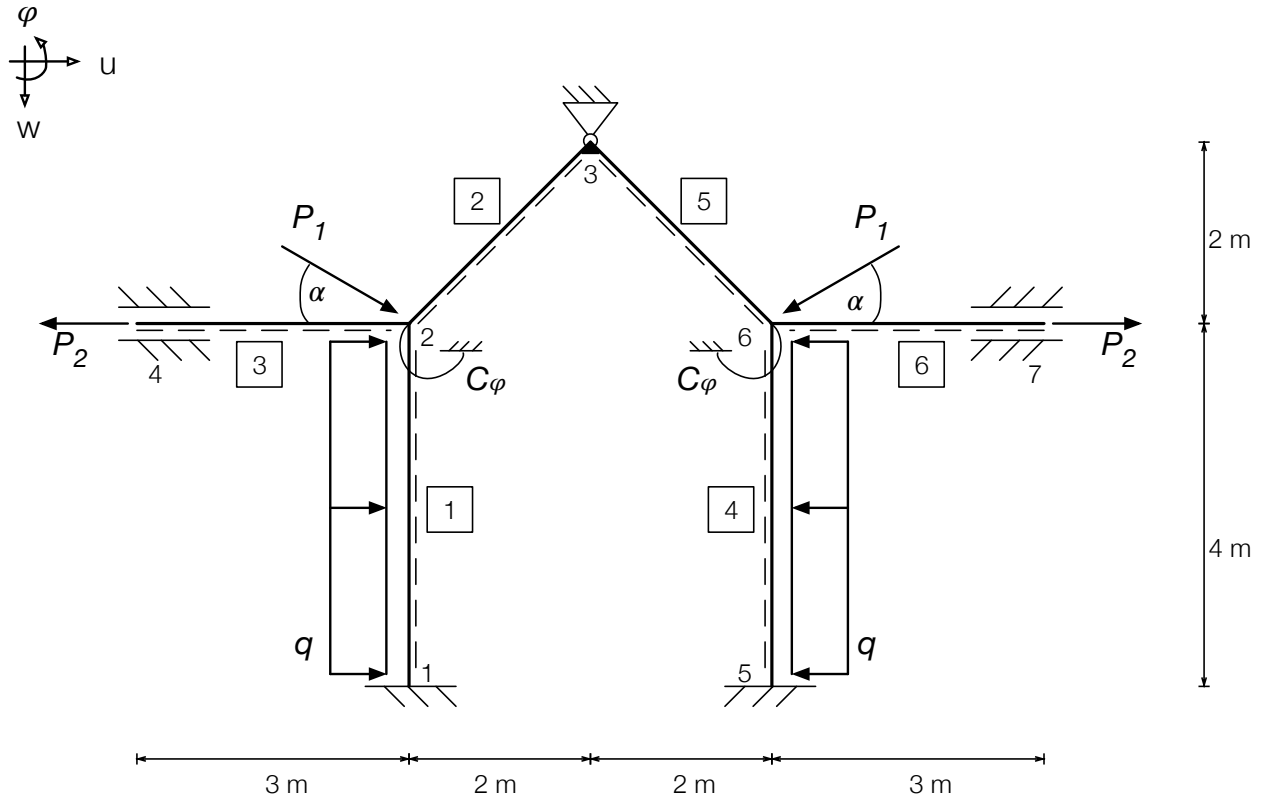
$$EI = 10^5 \text{ kNm}^2; EA, GA_Q \rightarrow \infty$$

- (1 P.) Bestimmen Sie den Grad der statischen Unbestimmtheit  $n$  des dargestellten Systems.
- (14 P.) Ermitteln Sie die Einflusslinie der horizontalen Auflagerkraft  $A_H$  an Knoten 1. Verwenden Sie hierfür das  $(n - 1)$ -fach statisch unbestimmte System in Kombination mit dem  $\omega$ -Verfahren.

**Der zu betrachtende Lastgurt des Systems ist 2-3**

# Aufgabe 4

(65 Punkte)



**Belastungen:**  
 $P_1 = 2500 \text{ kN}$   
 $P_2 = 200 \text{ kN}$   
 $q = 600 \text{ kN/m}$   
 $\alpha = 30^\circ$

**Materialparameter:**  
 $EI = 10^4 \text{ kNm}^2$   
 $GA_Q \rightarrow \infty$   
 $EA_{2,5} = 10^{10} \text{ kN}$   
 $EA_{1,3,4,6} \rightarrow \infty$   
 $C_\varphi = 5000 \text{ kNm/rad}$

- a) i) (3 P.) Bestimmen Sie den Grad der geometrischen Unbestimmtheit  $n_g$  des gezeigten Systems unter Berücksichtigung aller Randbedingungen und Materialparameter und skizzieren Sie die entsprechende Verformungsfigur.
- ii) (30 P.) Ermitteln Sie den Momentenverlauf des statischen Systems mit Hilfe des **Weggrößenverfahrens** nach **Theorie I. Ordnung** und stellen Sie diesen grafisch dar.

- b) i) (29 P.) Ermitteln Sie die unbekanntenen Weggrößen des statischen Systems mit Hilfe des **Weggrößenverfahrens** nach **Theorie II. Ordnung**. Nutzen Sie hierfür den bereits berechneten Normalkraftverlauf nach Theorie I. Ordnung aus Abbildung 1.  
Hinweis: Bereits in Aufgabenteil a) berechnete Werte können übernommen werden.
- ii) (3 P.) Beschreiben Sie stichpunktartig die weiteren Schritte, um anhand der berechneten Weggrößen aus Aufgabenteil b)i) die exakten Weggrößen nach Theorie II. Ordnung zu berechnen.

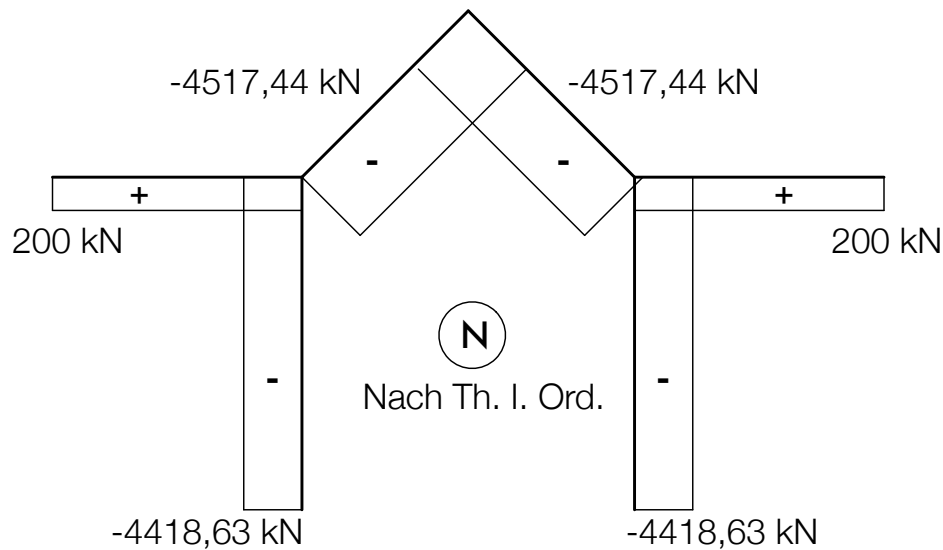
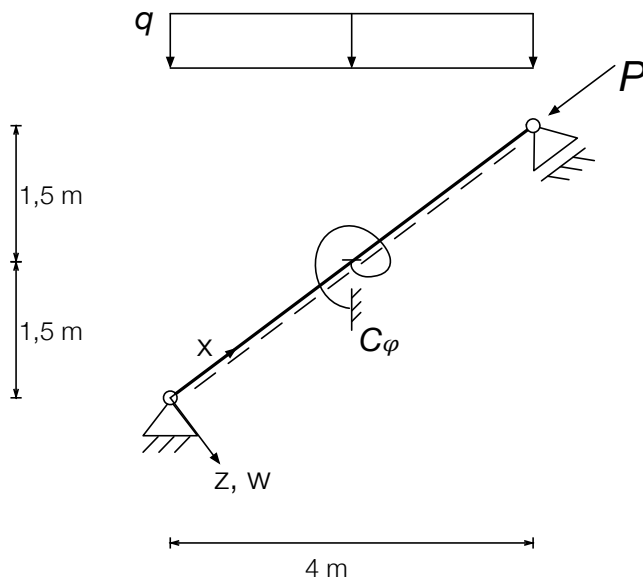


Abbildung 1: Normalkraftverlauf nach Theorie I. Ordnung

## Aufgabe 5 (20 Punkte)

Das dargestellte stabilitätsgefährdete statische System ist unter Berücksichtigung der dargestellten Lasteinleitung nach dem **Verfahren von Ritz** und unter Verwendung des Prinzips der virtuellen Verschiebungen zu bearbeiten. Alle Geometrieparameter und Materialdaten sind der Systemskizze zu entnehmen.



### Material- / Querschnittswerte

$$EI = 10.000 \text{ kNm}^2$$

$$C_\varphi = 5.000 \text{ kNm/rad}$$

### Belastung

$$P = 1000 \text{ kN}$$

$$q = 200 \text{ kN/m}$$

**Hinweis:** Bei der Bearbeitung der gesamten Aufgabe ist der Einfluss der Axialverzerrung  $\varepsilon(x)$  bzw. der virtuellen Axialverzerrung  $\delta\varepsilon(x)$  zu vernachlässigen.

- (6 P.) Geben Sie das Prinzip der virtuellen Verschiebungen für das dargestellte System an. Drücken Sie alle Schnittgrößen durch  $w(x)$  bzw. Ableitungen von  $w(x)$  und virtuellen Krümmungen durch die Ableitungen von  $\delta w(x)$  aus.
- (3 P.) Folgender zweigliedriger Ansatz ist gegeben:

$$\underline{\mathbf{h}} = \begin{bmatrix} 5 \frac{x^2}{L} \left( \frac{x}{L} - 1 \right) \\ 5 \frac{x^3}{L^2} \left( \frac{x}{L} - 1 \right) \end{bmatrix}$$

Prüfen Sie den Ansatz auf seine geometrische Zulässigkeit. Geben Sie dazu die geometrischen Randbedingungen an.



- c) (4 P.) Geben Sie mit Hilfe des gegebenen Verschiebungsansatzes aus Aufgabenteil b) die fehlenden Einträge der materiellen Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_m$ , der Drehfedersteifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{c_M}$  und der geomtrischen Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{G}$  an.

$$\mathbf{K}_m = \begin{bmatrix} K_{m11} & 33.333 \\ 33.333 & 40.000 \end{bmatrix} \quad \mathbf{K}_{c_\varphi} = \begin{bmatrix} 7.812,5 & K_{c_\varphi,12} \\ K_{c_\varphi,21} & 7.812,5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 24.666,72 & 18.500 \\ 18.500 & G_{22} \end{bmatrix}$$

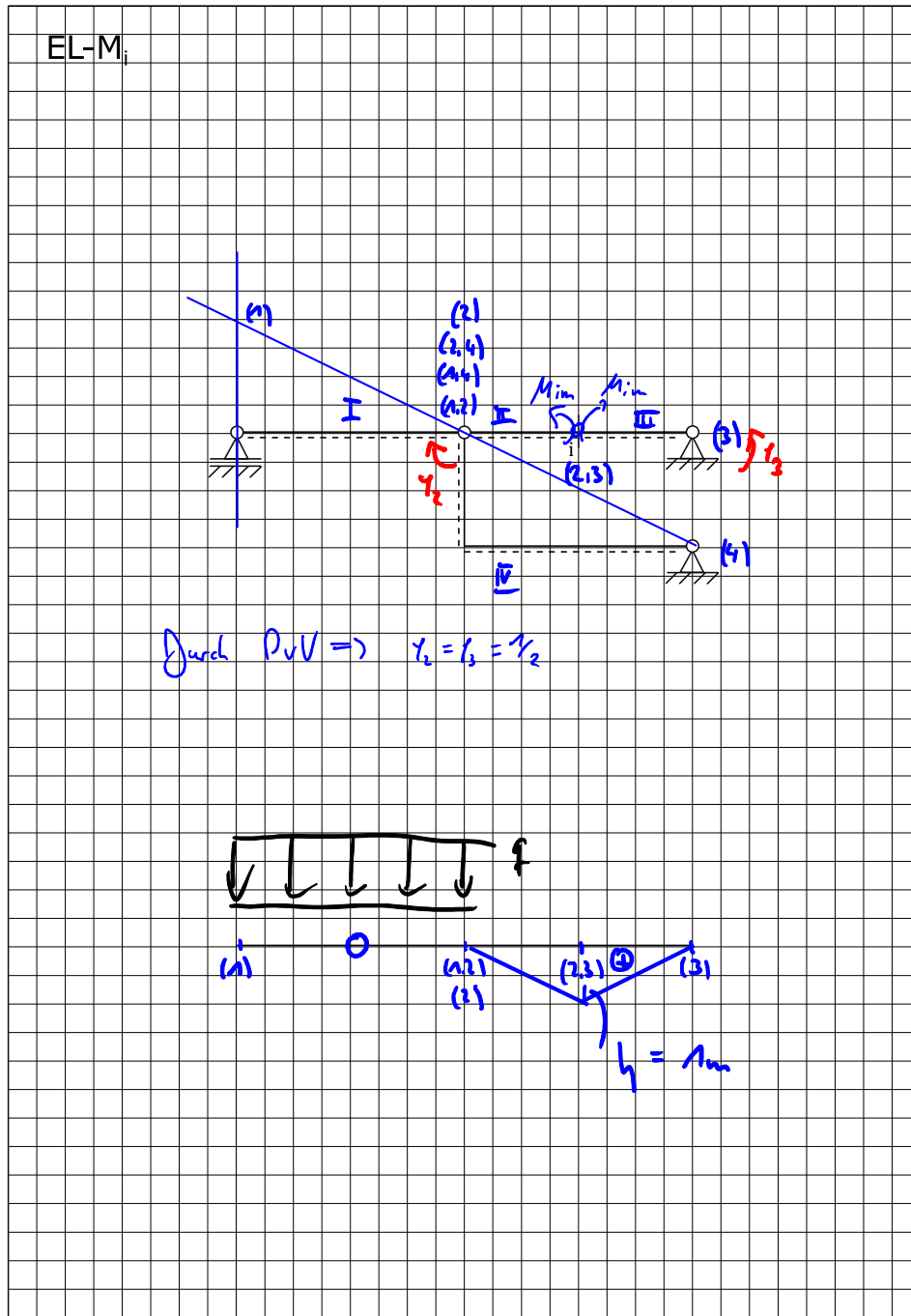
- d) (2 P.) Berechnen Sie mit Hilfe des gegebenen Verschiebungsansatzes aus Aufgabenteil b) den Lastvektor  $\mathbf{f}$ .
- e) (4 P.) Lösen Sie das inhomogene Gleichungssystem und geben Sie die Biegelinie an.
- f) (1 P.) Wie sieht die Gleichung des homogenen Systems aus? Was kann man damit berechnen? (**Hinweis:** keine Rechnung notwendig)

# Endergebnisse

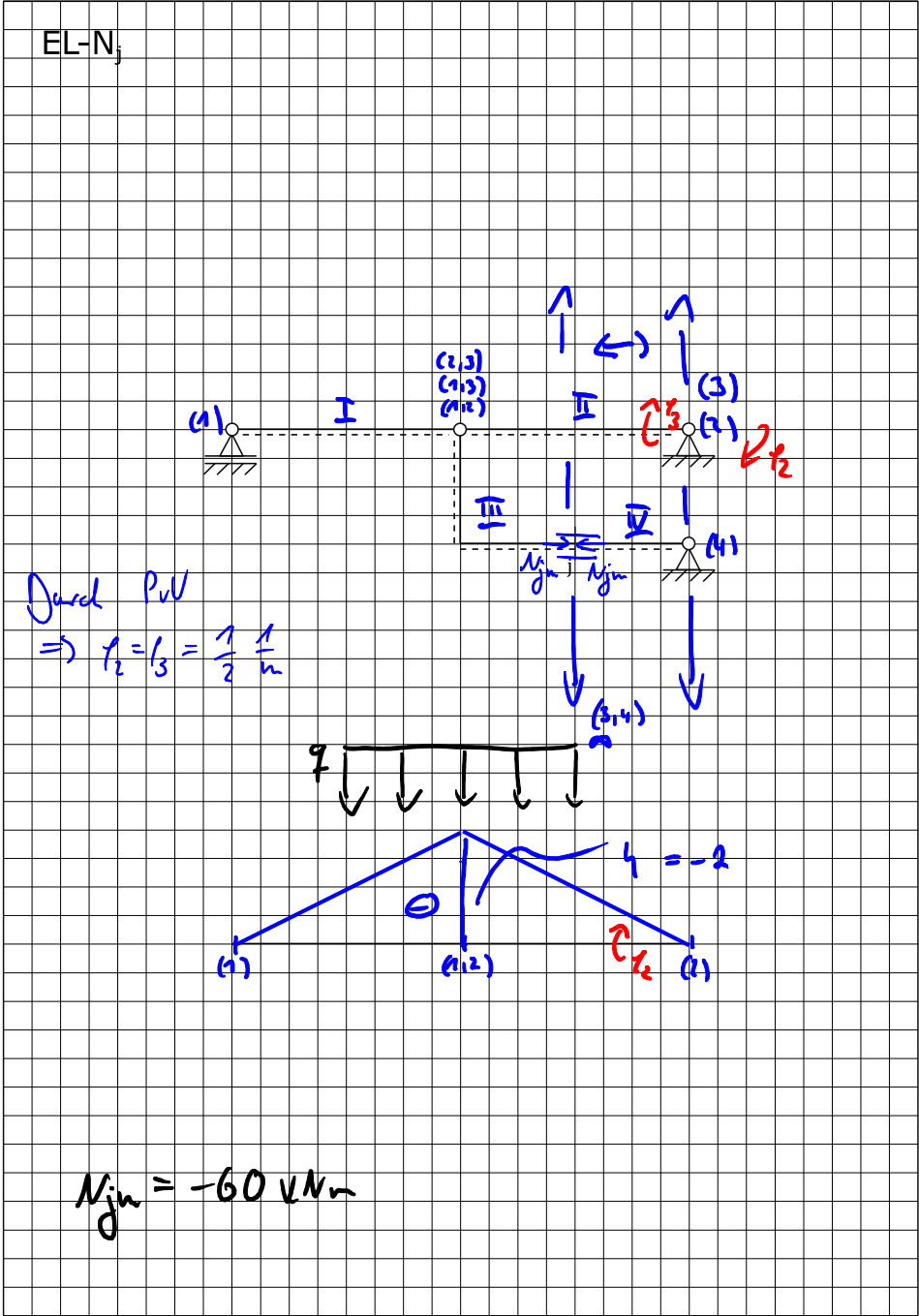
## Aufgabe 2

a)

Ruhr-Universität Bochum • Bau- und Umweltingenieurwissenschaften • Statik und Dynamik



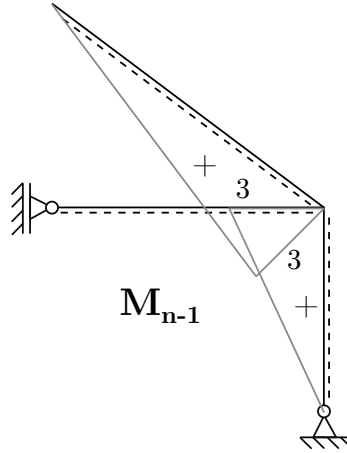
b)



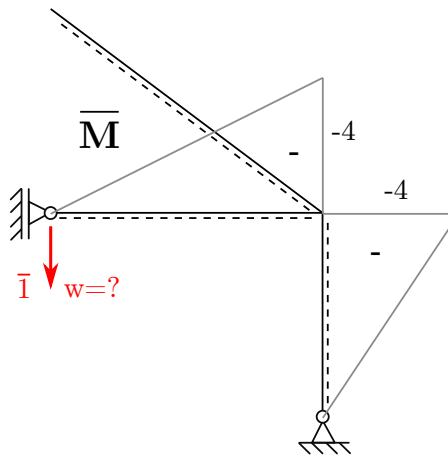
### Aufgabe 3

a)  $n=1$

b) Momentenverlauf am  $n-1$  System:



Virtueller Momentenverlauf für die gesuchte Verschiebung:



vertikale Verschiebung  $w$ :

$$w = -3/25000 = -1.2 \cdot 10^{-4}$$

Biegelinie (nur für gesuchten Bereich):

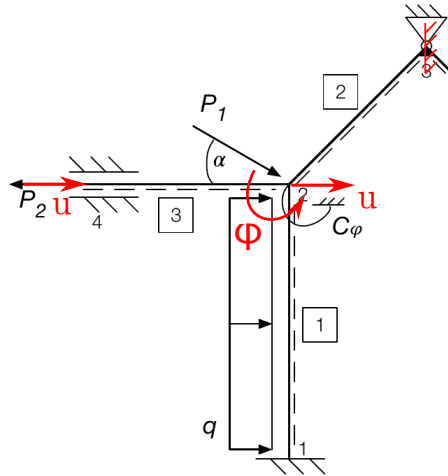
$$w_1(x_1) = -1.2 \cdot 10^{-4}(1 - x_1/4)$$

Korrekturfaktor:  $f = -4166,67$

## Aufgabe 4

a) Berechnung nach Theorie I. Ordnung

i) geometrische Freiheitsgrade  $n_g = 2$



(Anteile der Stäbe farbig: Stab 1, Stab 2, Stab 3.)

ii) reduzierte Systemlastvektor (korrespondierend zu  $u$  und  $\varphi$ )

$$\mathbf{P}_{red} = \begin{bmatrix} 1200 + P_1 \cdot \cos(30^\circ) - P_2 = 3165 \\ 800 \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ \varphi \end{matrix}$$

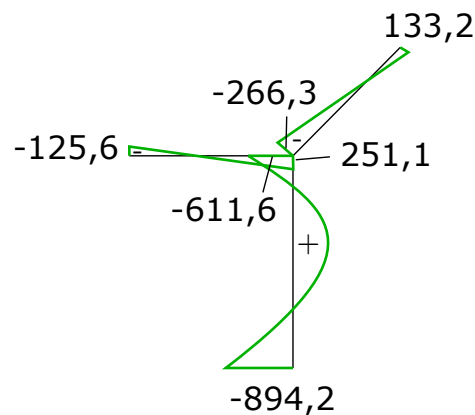
reduzierte Systemsteifigkeitsmatrix (korrespondierend zu  $u$  und  $\varphi$ )

$$\mathbf{K}_{red} = \begin{bmatrix} 1875 + 1767769604,6 & 3750 - 5303,3 \\ 3750 - 5303,3 & 10000 + 13142,1 + 13333,3 + 5000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1767771479,6 & -1553,3 \\ -1553,3 & 42475,47 \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ \varphi \end{matrix}$$

unbekannte Knotenverschiebungen

$$\begin{bmatrix} u \\ \varphi \end{bmatrix} = \mathbf{K}_{red}^{-1} \mathbf{P}_{red} = \begin{bmatrix} 0,0000018 \text{ m} \\ 0,0188345 \text{ rad} \end{bmatrix}$$

Momentenverlauf:



b) Berechnung nach Theorie II. Ordnung

i) Steifigkeitsmatrix (Anteile der Stäbe farbig: [Stab 1](#), [Stab 2](#), [Stab 3](#))

$$K_{red} = \begin{bmatrix} 537,3 + 1767768442,0 & 3283,9 - 4975,3 \\ 3283,9 - 4975,3 & 7385,9 + 12351,1 + 13333,3 + 5000 \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ \varphi \end{matrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1767769179,3 & -1691,4 \\ -1691,4 & 38070,3 \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ \varphi \end{matrix}$$

$$P_{red} = \begin{bmatrix} 3165,06 \\ 913,55 \end{bmatrix} \begin{matrix} u \\ \varphi \end{matrix}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ \varphi \end{bmatrix} = K_{red}^{-1} \cdot P_{red} = \begin{bmatrix} 0,0000018 \\ 0,0239963 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{m} \\ \text{rad} \end{bmatrix}$$

## Aufgabe 5: Ritz-Verfahren

a) PvV

$$\delta W_{\text{int}} = \int_0^L EI w'' \delta w'' dx - \lambda(P + n \cdot L) \int_0^L w' \delta w' dx + c_\varphi w(x_{c\varphi}) \delta w(x_{c\varphi})$$

$$\delta W_{\text{ext}} = \int_0^L q_\perp \delta w(x) dx$$

$$\delta W = \delta W_{\text{int}} - \delta W_{\text{ext}}$$

b) geometrische Randbedingungen überprüfen:

$$\begin{aligned} w(x=0) = 0 & \rightarrow h_1(0) = 0\sqrt{\quad} & h_2(0) = 0\sqrt{\quad} \\ w(x=L) = 0 & \rightarrow h_1(L) = 0\sqrt{\quad} & h_2(L) = 0\sqrt{\quad} \end{aligned}$$

c)

Materielle Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{m,11} = 200000$$

Feder Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{K}_{c\varphi,12} = \mathbf{K}_{c\varphi,21} = 7812,50$$

Geometrische Steifigkeitsmatrix

$$\mathbf{G}_{22} = 15.885,24$$

d) Lastvektor

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} -1333,34 \\ -800 \end{bmatrix}$$

e) Verformung

$$w(x) = -0,0046 \cdot h_1(x) - 0,028 \cdot h_2(x)$$

f) homogene System

$$\det[\mathbf{K}_{ges} - \lambda \cdot \mathbf{G}] = 0$$

$$[\mathbf{K}_{ges} - \lambda \cdot \mathbf{G}] \cdot \mathbf{a} = 0$$

→ Bestimmung der Eigenformen des Systems